



Nome _____ Nº ____ T: ____

O Prof. _____
(Luís Abreu)

1ª PARTE

Para cada uma das seguintes questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva-a na sua folha de prova. Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Quatro alunos de uma turma vão apresentar um trabalho, sentando-se, ao acaso, lado a lado em quatro cadeiras. Qual é a probabilidade de o aluno mais baixo ficar num dos extremos?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ Versão 2

2. Para um certo valor positivo k , é contínua no ponto $x = -2$ a função w definida por:

$$w(x) = \begin{cases} \log_5(k+x) & \text{se } x \leq -2 \\ \frac{4-x^2}{4x+8} & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

Qual o valor de k ?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

3. Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{\ln(36e^{2x})}{2}$.

Qual das seguintes expressões pode também definir f ?

(A) $\frac{x + \ln 6}{2}$ (B) $\frac{x+6}{2}$ (C) $x + \ln 6$ (D) $x + 6$

4. Considere a função m , de domínio $\mathbb{R}$, tal que:

- A reta de equação $y = 1$ é assintota do gráfico do gráfico de m , quando $x \rightarrow -\infty$
- A reta de equação $y = x + 1$ é assintota do gráfico de m , quando $x \rightarrow +\infty$

Indique o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3}{m(x)} - m(-x) \right]$

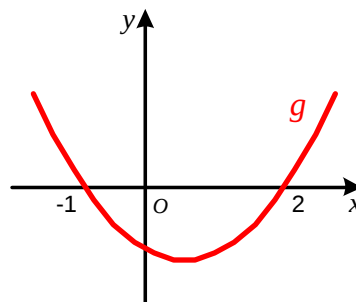
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

5. Na figura ao lado está representada parte do gráfico da função quadrática g , cujos zeros são -1 e 2 .

Considere a função h definida por $h(x) = \ln[g(x)]$.

Qual pode ser o conjunto de zeros de h ?

- (A) $\{-2, 3\}$ (B) $\{-1, 2\}$
(C) $\{-2, -1, 2, 3\}$ (D) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$



2ª PARTE

Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos efectuados e as justificações necessárias. Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exacto.

1. O João comprou uma bebida gelada. Admita que, t minutos após a bebida ser servida, a sua temperatura, em graus Celsius, é dada por:

$$T(t) = 18 - 16e^{kt}, \text{ sendo } t \in [0, +\infty[\text{ e } k \neq 0$$

- 1.1. Nesta alínea considere $k = -0,1$

Suponha que a bebida do João foi servida às 12 horas.

Calcule $T(15)$ e interprete o resultado no contexto do problema.

Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas.

- 1.2. Suponha agora que, após meia hora, a temperatura da bebida do João é igual a 17 graus Celsius. Nestas condições, determine o valor de k , apresentando o resultado arredondado às centésimas.

2. Considere as funções f e g definidas respetivamente por:

$$f(x) = \log_6(x-1) \text{ e } g(x) = 1 - \log_6(x-2)$$

- 2.1. Calcule a abcissa do ponto do gráfico de f com ordenada igual a $g(-2 + \sqrt{6})$.

- 2.2. Caracterize a função g^{-1} , função inversa de g .

2.3. Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $f(x) \leq g(x)$. Apresente a resposta na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais.

2.4. Numa caixa há uma bola preta e algumas bolas brancas. Tira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Seja p a probabilidade de sair a bola preta. Sabe-se que p é o inverso do zero da função g . Quantas bolas brancas há na caixa?

3. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

3.1. Estude a função h quanto à continuidade. Se houver algum ponto de descontinuidade, verificar a continuidade à esquerda e à direita nesse ponto.

3.2. Determine as assintotas do gráfico da função h .

3.3. Recorrendo ao Teorema de Bolzano mostre que o gráfico da função h e o gráfico da função w , definida por $w(x) = \log(x + 2)$, têm um ponto comum no intervalo $[-1, 5; -1]$.

Fim

Cotações:

	1ª Parte	2ª Parte								
Questões	10 pontos cada questão	1.1.	1.2.	2.1	2.2.	2.3	2.4.	3.1.	3.2.	3.3..
Pontos		15	15	15	15	25	15	15	20	15

Soluções

1ª Parte

1	2	3	4	5
C	B	C	B	A

2ª Parte

1.1. Às 12 horas e 15 minutos a temperatura da bebida do João era de 14,4 graus Celsius

1.2. $K = -0,09$

2.1. $1 + \sqrt{6}$ 2.2. $g^{-1}(x) = 2 + 6^{1-x}$ e $D_{g^{-1}} = \mathbb{R}$ 2.3. $]2, 4]$ 2.4. 7 bolas brancas.

3.1. É descontínua em $x=0$, no entanto verifica-se a continuidade à direita de zero.

3.2. $x=0$, $y=0$ e $y=x+2$.